Игры и стратегии - 2

Определение. Пусть есть конечный набор возможных решений (исходов).

Системой предпочтений назовём упорядочение этих решений. *Голосованием* назовём детерминированный процесс, который из набора систем предпочтений в обществе создаёт коллективную систему предпочтений. Оно не обязано давать один тот же результат при перестановках предпочтений между голосующими.

Голосование называется эффективным по Парето, если из того, что все голосующие ставят A выше B, следует, что в коллективной системе предпочтений A тоже будет выше B.

Голосование назовём устойчивым к мнимым вариантам, если результат сравнения A и B в результирующей системе предпочтений зависит только от их относительной предпочтительности в системах предпочтений голосующих.

Мы будем рассматривать эффективные по Парето устойчивые к мнимым вариантам голосования.

1. Докажите, что если при голосовании с тремя исходами все ставят один из исходов (X) либо на первое, либо на третье место, то этот исход не может получить в результате второе место.

2. Докажите, что при голосовании с тремя исходами есть игрок, который в какой-то ситуации выбирает, будет ли некоторый результат лучшим или худшим.

3. Докажите, что этот игрок может добиться любого упорядочивания оставшихся двух исходов.

Указание: Для этого контролируемый исход следует поставить вторым. Сначала надо рассмотреть ситуацию, где все голосуют как при переходе X с первого места на последнее.

4. Докажите, что этот же игрок может добиться любого упорядочивания вообще.

Указание: Есть какие-то игроки диктующие порядок между тремя парами. Но они не могут не совпадать.

5. Эффективное по Парето устойчивое к мнимым вариантам голосование учитывает только мнение одного голосующего (диктатора).

Определение. Игра "бессмысленное голосование". Нечётное число игроков (обычно три) голосуют по вопросу, получить ли им всем одновременно полезность 1 или остаться с выигрышем 0. Ещё можно назначить за голосование, отличное от большинства, штраф, равный $\frac{1}{10}$. Это иногда описывает ситуацию при открытом голосовании.

6. Найдите все равновесия Нэша в бессмысленном голосовании.