

Логика знаний (эпистемические головоломки)

Для всех нижеприведённых задач некоторое уточнение формулировки является необходимой (и существенной) частью решения.

1. (об угадывании чисел) Двум мудрецам тайно по отдельности сообщили по натуральному числу, одному n , другому $n+1$. Они начинают переговариваться. Первый говорит второму: “я не знаю, что у тебя за число”. Второй первому: “я не знаю, что у тебя за число”. Потом тоже самое первый второму, опять второй первому, и т. д. В какой-то момент один говорит другому: “вот теперь я знаю твоё число”. Тогда тот ему отвечает: “а я знаю твоё”. Почему так произошло и сколько прошло шагов?

2. (чумазые дети, I) Три ребёнка сидят по кругу и видят друг друга, но не себя. Лица у всех перепачканы. Они начинают смеяться над внешним видом друг друга, но вдруг один из них, самый развитый, перестаёт смеяться, потому что понимает, что сам запачкан. Как он это сделал?

3. (чумазые дети, II) Воспитательница в детском саду поставила n детей в круг и объявила: “Некоторые из вас чумазые. Пусть те, кто догадался, что они сами чумазые, сделают шаг вперёд.” Никто не вышел. Затем воспитательница повторила свой вопрос. Что сделают дети через k вопросов воспитательницы, если они все в совершенстве владеют логикой? Предполагается, что воспитательница не врёт, а дети её слушаются (и это всем известно).

4. (о мудрецах и шляпах) Король позвал к себе трёх мудрецов и посадил их так, чтобы они видели друг друга, но не себя. Он объявил: “У меня есть 5 шляп: 3 красных и 2 белых. Я надену каждому из вас одну из этих шляп.” Сделав это, он спросил у каждого из мудрецов (последовательно), знает ли он цвет его собственной шляпы. Первый мудрец ответил, что не знает, второй мудрец ответил, что не знает, а третий ответил, что знает.

а) Какого цвета шляпа третьего мудреца?

б) Допустим, что третий мудрец слепой (и все знают, что первые два — зрячие). Может ли он догадаться о цвете своей шляпы?

Всем известно, что и мудрецы, и король могут говорить лишь правду.

5. (Russian cards problem; Московская математическая олимпиада, 2000) Из колоды вынули 7 карт, показали всем, перетасовали и раздали Грише и Лёше по 3 карты, а оставшуюся карту отдали Коле. Гриша и Лёша могут по очереди сообщать вслух любую информацию о своих картах. Могут ли они сообщить друг другу свои карты так, чтобы при этом Коля не смог вычислить местонахождение ни одной из тех карт, которых он не видит? (Гриша и Лёша не договаривались о каком-либо особом способе общения; все переговоры происходят *открытым текстом*.)

Почему следующий диалог не является корректным решением?

Лёша: Мои карты $\{0, 1, 2\}$ или у меня нет ни одной из этих карт.

Гриша: Мои карты $\{3, 4, 5\}$ или у меня нет ни одной из этих карт.

6. (Задача Н. Н. Константинова) Н. Н. Константинов объявил своим школьникам, что в один из дней с понедельника по пятницу на следующей неделе будет контрольная, но школьники заранее не будут знать о том, в какой день именно.

а) Докажите, что контрольная не может быть в пятницу.

б) Докажите, что контрольная не может быть в четверг.

в) Докажите, что контрольная не может быть в понедельник.

г) В среду контрольная была дана, и единственную задачу этой контрольной вы сейчас читаете. Всё ли правильно и как такое могло быть?