

Колмогоровская сложность

Дополнительные задачи

1. Заменяем в определении колмогоровской сложности двухбуквенный алфавит $\{0, 1\}$ а) четырёхбуквенным алфавитом $\{0, 1, 2, 3\}$; б) n -буквенным алфавитом $\{0, 1, \dots, n-1\}$. Как при этом изменится колмогоровская сложность $\text{KS}(x)$, $x \in \{0, 1\}^*$?
2. Докажите, что существует такая константа c , что $\text{KS}(0^n) \geq \log_2 n - c$ для бесконечно многих n ($0^n = \underbrace{00 \dots 00}_{n \text{ раз}}$).
3. В слове $x \in \{0, 1\}^*$ заменили один бит на противоположный и получили слово x' . Докажите, что $\text{KS}(x') \leq \text{KS}(x) + \log_2 n + c \cdot \log_2 \log_2 n$ для некоторой константы c (не зависящей от x и x').
4. Докажите, что для некоторой константы c для каждого слова $x \in \{0, 1\}^*$ существует слово y той же длины, отличающееся от x не более, чем в одной позиции, для которого $\text{KS}(y) \leq n - \log_2 n + c$.
5. Пусть слово x имеет чётную длину $2k$, и $\text{KS}(x) \geq 2k$. Пусть $x = yz$, причём y и z имеют длину k . Докажите, что $\text{KS}(y) \geq k - c \cdot \log_2 k$ и $\text{KS}(z) \geq k - c \cdot \log_2 k$, где c зависит только от способа описания (но не от x).